

УДК 523.34

## ПАРАМЕТРЫ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС ЛУНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА ЕЕ ФИГУРЫ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ МИССИЙ CLEMENTINE, KAGUYA И КАТАЛОГА ULCN

*С.Г. Валеев, Р.Р. Микеев, Н.Ю. Вараксина, Ю.А. Нефедьев*

### Аннотация

В работе определены новые параметры ориентации лунного центра масс относительно центра ее фигуры. Новый метод основан на прямом использовании селеноцентрического каталога Казань-1162 (КСК-1162), построенного в системе центра масс и главных осей инерции Луны. На основе робастного анализа установлено, что казанский каталог имеет близкое согласие с данными последних космических лунных миссий Clementine, Kaguya и каталога ULCN.

**Ключевые слова:** селенодезия, центр масс, центр фигуры, метод оценивания, космические миссии, селеноцентрические каталоги.

---

### Введение

Определение положений деталей поверхности Луны и центра ее масс в инерциальной системе координат является основной целью астрометрических наблюдений Луны. Вследствие влияния рельефа краевой зоны и характера распределения масс в теле Луны центры масс и фигуры краевой зоны не совпадают. Поэтому основной проблемой при определении наблюденных координат является учет несовпадения центров масс и фигуры. Величина этого смещения, превышающая 0.5 геоцентрической секунды, не является в проекции на небесную сферу постоянной, а зависит от ориентации Луны относительно наблюдателя, то есть от ее либрации. Появление быстродействующих ЭВМ, а также данных наблюдения, имеющих высотную точность представления топографии Луны, позволяют использовать новые методы определения положения центра масс относительно центра фигуры Луны. Эти методы основаны на гармоническом анализе полученных данных. Некоторые результаты в данной области были представлены в работах [1–3]. Из последних исследований в данной области следует указать работы [4, 5], где центр масс Луны фиксировался как центр координатной системы каталога координат объектов на ее поверхности, полученного из разнородных источников, включая и космические, по всей сфере Луны, а гипсометрическая информация использовалась для представления высоты (как функции сферических координат) в виде разложения по сферическим гармоникам. Затем по амплитудам гармоник первого порядка определялось положение центра фигуры относительно центра масс. Интересные результаты были получены с бортов космических аппаратов [6, 7].

В настоящей работе задача определения относительного положения центров масс и фигуры решена на основе анализа каталога КСК-1162 [8], при построении которого считается, что начало и оси координат совпадают с центром масс и главных осей инерции Луны. В настоящее время это единственная навигационная селеноцентрическая система, у которой, в отличие от других, ориентация системы координат совпадает с осями инерции Луны и начало ее отсчета совпадает

с центром масс Луны, то есть она построена в динамической небесной системе координат [9]. Каталог построен на основе полученного в Ордубатской экспедиции наблюдательного ряда, состоящего из 1000 пар крупномасштабных снимков Луны со звездами. Данному наблюдательному ряду нет аналогов в мировой селенодезической практике. На основе этих наблюдений решено множество задач по исследованию естественного спутника Земли. Новая методика наблюдений дала возможность создать точные карты краевой зоны Луны абсолютным методом, то есть путем привязки объектов лунной поверхности к системе небесных координат, задаваемой каталогом звездных положений; построить два селеноцентрических каталога, системы координат которых соответствуют динамической системе координат. Использование значений этих координат позволило по-новому определить и положение центра масс Луны.

### 1. Метод разложения функции лунного рельефа по сферическим функциям

Для значений смещения центра фигуры относительно центра координатной системы селеноцентрического каталога согласно [4] можно записать:

$$\Delta\xi = \sqrt{3} \bar{C}_{11}, \quad \Delta\eta = \sqrt{3} \bar{S}_{11}, \quad \Delta\varsigma = \sqrt{3} \bar{C}_{10}. \quad (1)$$

где  $\xi$  – ось, направленная к Земле,  $\eta$  – перпендикулярная к ней экваториальная ось,  $\varsigma$  – ось вращения Луны;  $\bar{C}_{11}$ ,  $\bar{S}_{11}$ ,  $\bar{C}_{10}$  – нормированные амплитуды гармоник первого порядка разложения функции рельефа.

Разложение рельефа по сферическим гармоникам на основе разложения функции высоты  $h = h(\varphi, \lambda)$  в ряд по сферическим гармоникам [3] в виде модели регрессии [10] имеет следующий вид:

$$h(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\cos \varphi) + \varepsilon, \quad (2)$$

где  $\varphi$ ,  $\lambda$  – известные координаты (широта, долгота) лунных объектов;  $\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$  – нормированные амплитуды гармоник;  $\bar{P}_{nm}$  – нормированные присоединенные функции Лежандра;  $\varepsilon$  – случайная ошибка регрессии.

Размерность  $N$  модели (2) и порядок  $n$  следует задавать, исходя из количества объектов, распределенных равномерно на сфере. Их число должно в 5–15 раз превышать количество оцениваемых амплитуд [10]. Другие условия относительно вида и количества гармоник в (2) рассматриваются ниже.

Использовались следующие методы оценивания амплитуд гармоник.

Путем варьирования координат  $\varphi$ ,  $\lambda$  лунных объектов, число которых велико, получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений. Решение получающейся системы для разных источников гипсометрической информации осуществлялось в рамках регрессионного моделирования [10], предусматривающего кроме обычных этапов (постулирование модели (2) и оценивание амплитуд  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$ ) использование ряда статистик качества, в том числе внешних мер, диагностику соблюдения основных условий метода наименьших квадратов (МНК), адаптацию при их нарушении. В качестве вычислительных схем МНК используются схемы Гаусса–Жордана и Хаусхолдера. Основными нарушениями условий применения МНК к обработке (2) являются наличие избыточных гармоник, приводящих к понижению точности прогнозирования как отдельных высот, так и изогипсов [10]; наличие коррелирующих друг с другом амплитуд гармоник при применении (2) к описанию рельефа на сегменте сферы или при сильной неоднородности распределения объектов. При указанных нарушениях цифровую модель (набор МНК-оценок

амплитуд) следует считать некорректной. Исправить эти нарушения можно путем применения пошаговой регрессии с использованием регрессионного анализа [10]. Это достаточно эффективный подход для оценивания параметров модели (2), если: а) объекты распределены по всей сфере, пусть и неоднородно; б) порядок разложения, определяемый количеством точек, является относительно небольшим, иначе время расчетов резко возрастет. В случае равномерного распределения объектов по всей сфере достаточно устранить статистически незначимые гармоники и выполнить расчеты повторно.

Прямое использование модели (2) для отдельных участков сферы (полусфера и др.) затруднительно из-за взаимозависимости (мультиколлинеарности – эффекта МК) коэффициентов разложения. Для описания рельефа на видимой стороне Луны применяется также «зеркальное» отображение ее объектов на обратную сторону, что, естественно, неприемлемо для описания рельефа отдельных сегментов, меньших по площади полусферы. В работе [11] предложен способ оценивания амплитуд модели (2) путем предварительного расширения сегмента до полной сферы, что позволяет полностью устранить эффект МК. После этого шумовые гармоники удаляются пошаговой регрессией. Для получения разложений (2) по сферическим гармоникам с целью формирования цифровой модели и определения в последующем искомых оценок положения центра фигуры относительно центра масс используется автоматизированная система научных исследований (АСНИ) «Сфера» [10, 11]. Данная система предназначена для описания распределения различных характеристик (рельефа, гравитационного, магнитного и другого типа потенциальных полей) на сфере и ее участках по их значениям, измеряемым в точках с известными координатами.

С помощью программного комплекса можно формировать модели вида (2), осуществлять прогнозирование в виде сечений, изолиний, тонового и трехмерного представления распределения значений характеристик. Формирование моделей (2) сопровождается оценкой их качества и диагностикой соблюдения условий МНК. При этих нарушениях применяются соответствующие методы адаптации. Программный пакет АСНИ в режиме «расщепления» может быть применен для моделей больших порядков при параллельной обработке данных. При описании физических полей (аномалий силы тяжести, магнитного поля, характеристик почвы и т. д.) на участках сферы аналогом данного программного пакета АСНИ является известный пакет SURFER. Благодаря использованию разложений по сферическим функциям с расширением до полной сферы и другим описанным выше свойствам применение АСНИ для участков земной поверхности позволяет обеспечить по сравнению с SURFER повышение точности описания и прогнозирования от 40% и выше.

## 2. Анализ результатов

Модели рельефа, полученные по данным миссии Clementine [6], Kaguya и каталога ULCN [12], можно представить как в виде координат объектов видимой стороны Луны, так и в виде списка координат объектов, расположенных по всей сфере. По таким данным и согласно соотношению (1) нами были получены координаты центра фигуры относительно центра масс (табл. 1), используя полные версии данных наблюдений.

Согласно табл. 1, каталог КСК-1162 [8] для видимой стороны Луны, построенный на основе приведения к центру масс и к главным осям инерции Луны при совместном использовании объектов вне зоны ее охвата из списка Clementine, имеет наилучшее согласие с данными последних космических миссий.

Известно, что форма Луны близка к шару с радиусом 1738 км (0.27 экваториального радиуса Земли). Различия в длинах главных осей лунного эллипсоида

Табл. 1

Координаты центра фигуры Луны относительно центра масс для миссий Clementine, Kazan + Clementine, Kaguya и каталога ULCN гипсометрической информации, км

	Clementine	Kazan + Clementine	Kaguya	ULCN
$\Delta\xi$	-1.83	-1.18	-1.33	-1.43
$\Delta\eta$	-0.72	-0.74	-0.64	-0.64
$\Delta\varsigma$	-0.62	0.14	0.19	0.14

превышают 1 км (полярный радиус равен 1736.04 км, а направленный к Земле составляет 1739.23 км). Особый интерес представляет эволюция самого лунного сфероида. Центр масс Луны, согласно нашим исследованиям, смещен относительно центра фигуры на 1.5 км по направлению к Земле и на 1 км влево (если смотреть со стороны Земли). Причиной сдвига может быть только значительная неоднородность в недрах Луны [13]. Можно предположить, что толщина континентальной коры, сложенной из более легких пород, на обратной стороне Луны на 20–30 км больше, чем на видимой. Другими словами, на видимой Луны морей больше, чем на обратной. А поскольку они состоят из более плотных пород, чем сама Луна, то центр масс смещен. Такое предположение не противоречит отсутствию положительных гравитационных аномалий над континентами, которые в среднем возвышаются над уровнем морей на 4 км. Это означает, что Луна изостатически скомпенсирована. На Луне нет единого «уровня морей», который соответствовал бы какой-то эквипотенциальной поверхности, и каждое море имеет свой уровень, который может отличаться от высот континентов до 4 км. Однако сразу возникают вопросы, почему на видимой стороне морей больше, и почему их породы плотнее горных. Одна из гипотез состоит в том, что континентальная кора является продуктом геохимической дифференциации мантии Луны, поэтому большая разность в толщине у разных лунных полушарий является следствием либо сферически несимметричного распределения «родительского» вещества коры в Луне, либо сферически несимметричного распределения температуры в недрах, повлиявшего на ход дифференциации вещества. В обоих случаях получается сильная неоднородность строения и состава Луны. Существуют также теории, которые основаны на предположении, что в процессе остывания расплавленной Луны оболочка затвердела раньше, а в недрах кипение продолжилось, это привело к смещению лунного ядра к видимой стороне Луны и образованию по этой причине морей. Соответственно, на обратной стороне такие процессы не происходили. Однако в настоящее время происхождение более толстой коры на обратной стороне Луны так и остается неясным.

Было выполнено также построение модели макрофигуры Луны на основе уравнения (1). Параметры разложения находились из решения переопределенной системы 72548 линейных уравнений по одной из вычислительных схем метода наименьших квадратов – схемы Гаусса–Жордана. Соответствующие внутренние критерии, определявшиеся одновременно с гармоническими коэффициентами, характеризуют точность оценки и статистическую значимость отдельных коэффициентов и всей модели в целом. Процедура пошаговой регрессии (метод включения с исключением) при уровне значимости  $\alpha = 0.05$  применялась для формирования оптимальной структуры модели по  $t$ -критерию. Использовался программный комплекс АСНИ. Было проведено сравнение гипсометрических кривых данных миссии Clementine и каталога КСК-1162. В результате было обнаружено понижение среднего уровня рельефа в северном полушарии Луны, которое оказалось очень близким к величине понижения рельефа по данным наблюдений космического эксперимента Clementine.

### Заключение

На основе проведенных работ можно сделать два вывода. Во-первых, выполненные исследования показали, что каталог КСК-1162, построенный по уникальному ряду наблюдений, проведенных на основе привязки лунных объектов к небесной системе координат, может претендовать на роль опорной селеноцентрической сети, построенной в динамической системе координат. Перспектива дальнейшего использования КСК-1162 состоит в увеличении количества лунных объектов, входящих в данную систему, как за счет привязки к КСК-1162 объектов, входящих в другие существующие в настоящее время селенодезические сети, так и за счет прямого трансформирования наблюдаемой топографической информации космических миссий, в частности Kaguya.

Во-вторых, формирование спутников планет, расположенных близко к Солнцу, не копирует образование самих этих планет, а представляет более сложный процесс. Это касается и эволюции системы Земля – Луна, которая имеет особенности, свойственные только этой системе. Данные исследования стимулируются огромным количеством новых данных, полученных космическими миссиями и новыми методами исследований.

В заключение следует отметить, что определение координат центра масс Луны по астрономическим наблюдениям остается одной из важнейших задач при решении небесно-механических, картографических и селенодезических проблем исследования Луны, а также при уточнении шкалы равномерного времени. Параметры смещения лунного центра масс, полученные нами, будут использованы при позиционных наблюдениях Луны и уточнения теорий ее вращения и движения по орбите.

### Summary

*S. G. Valeev, R. R. Mikeev, N. Yu. Varaksina, Yu. A. Nefedev.* The Parameters of the Position of the Moon's Center of Mass Relative to Its Center of Figure Based on the Data of Clementine and Kaguya Missions and ULCN Catalogue.

This paper determines new parameters of the orientation of the Moon's center of mass relative to its center of figure. A new method is based on the direct use of the selenocentric catalogue Kazan-1162 (KSK-1162) built in the system of the Moon's center of mass and principal axes of inertia. Robust analysis shows that the Kazan catalogue has close agreement with the data of the recent lunar missions Clementine and Kaguya and ULCN catalogue.

**Key words:** selenodesy, center of mass, center of figure, method of estimation, space missions, selenocentric catalogues.

### Литература

1. Липский Ю.Н., Никонов В.А., Скобелева Т.П. Единая система селенодезических координат из девяти каталогов на видимом полушарии. – М.: Наука, 1973. – 384 с.
2. Sjogren W.L., Wollenhaupt W.R. Lunar shape via the Apollo laser altimetry // Science. – 1973. – V. 179, No 4070. – P. 275–278.
3. Сагитов М.У. Лунная гравиметрия. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
4. Чуйкова Н.А. Геометрическая фигура Луны, представленная в виде разложения по сферическим и выборочным функциям // Астрон. журн. – 1975. – Т. 52, № 6. – С. 1279–1292.
5. Bills B.G., Ferrari A.J. A harmonic analysis of lunar topography // Icarus. – 1977. – No 31. – P. 244–259.

6. *Smith D.E., Zuber M.T., Neumann G.A., Lemoine F.G.* Topography of the Moon from the Clementine lidar // *J. Geophys. Res.* – 1997. – V. 102. – P. 1591–1611.
7. *Araki H., Tazawa S., Noda H., Ishihara Y., Goossens S., Sasaki S., Kawano N., Kamiya I., Otake H., Oberst J., Shum C.* Lunar Global Shape and Polar Topography Derived from Kaguya-LALT Laser Altimetry // *Science*. – 2009. – V. 323. – P. 897–900.
8. *Валеев С.Г., Нефедьев Ю.А., Вараксина Н.Ю.* Построение глобальной селеноцентрической опорной координатной системы // *Изв. ГАО РАН*. – 2010. – Т. 4, № 219. – С. 57–61.
9. *Валеев С.Г., Нефедьев Ю.А., Шарафутдинов И.М., Кутленков М.В.* Построение единой селеноцентрической системы координат в системе центра масс и главных осей инерции Луны // *Изв. Крымской астрофиз. обсерв.* – 2009. – Т. 104, № 6. – С. 212–216.
10. *Валеев С.Г.* Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. – Казань: Фэн, 2001. – 296 с.
11. *Валеев С.Г.* Регрессионное моделирование при обработке данных. – М.: Наука, 1991. – 272 с.
12. *Archinal B.A., Rosiek M.R., Kirk R.L., Redding B.L.* The Unified Lunar Control Network 2005: U.S. Geological Survey Open-File Report 2006-1367. – Reston, Virginia: U.S. Geological Survey, 2006. – 21 p. – URL: <http://pubs.usgs.gov/of/2006/1367/ULCN2005-OpenFile.pdf>, свободный.
13. *Рускол Е.Л.* Происхождение Луны. – М.: Наука, 1975. – 185 с.

Поступила в редакцию  
19.04.11

---

**Валеев Султан Галимзянович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики Ульяновского государственного технологического университета.

E-mail: [sgv@ulstu.ru](mailto:sgv@ulstu.ru)

**Микеев Руслан Раилевич** – аспирант, программист кафедры ПМИ Ульяновского государственного технологического университета.

E-mail: [ameekey@gmail.com](mailto:ameekey@gmail.com)

**Вараксина Наталья Юрьевна** – аспирант, младший научный сотрудник Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: [vnu\\_357@mail.ru](mailto:vnu_357@mail.ru)

**Нефедьев Юрий Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, директор Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: [star1955@mail.ru](mailto:star1955@mail.ru)